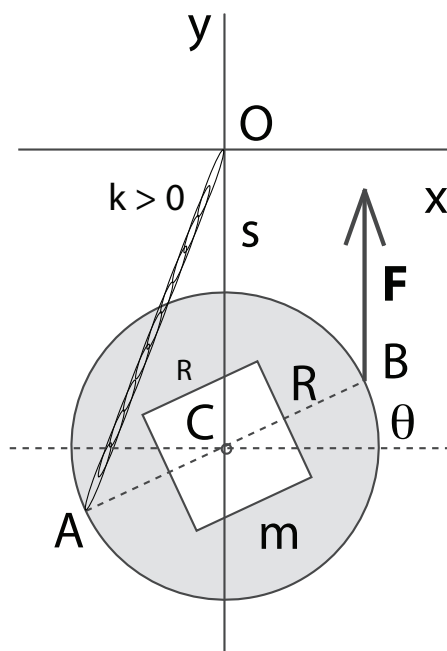
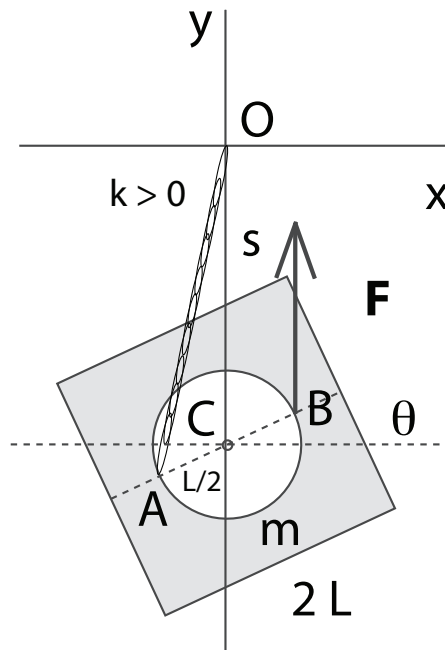


Una lamina piana omogenea di massa  $m$  è costituita da un disco di centro  $C$  e raggio  $R$  nel quale è praticato un foro quadrato concentrico di lato  $R$ . La lamina si muove nel piano verticale  $O(x, y)$  ed è libera di ruotare attorno al centro  $C$ , a sua volta libero di scorrere senza attrito sull'asse  $y$ . Sui punti diametrali  $A$  e  $B$  agiscono due forze: una molla di costante elastica  $k > 0$ , che collega  $A$  con l'origine  $O$ , e una forza costante applicata in  $B$ , parallela alla direzione dell'asse  $y$  nel verso positivo. Il sistema ha due gradi di libertà; si scelgano come coordinate lagrangiane i parametri  $s$  e  $\theta$  indicati in figura, con  $s > 0$  quando  $C$  sta sotto di  $O$ . Si chiede di:



- calcolare la matrice d'inerzia della lamina in un sistema di riferimento con l'origine in  $C$  e gli assi paralleli ai lati del quadrato (7 punti);
- scrivere l'energia potenziale del sistema (5 punti);
- calcolare le configurazioni di equilibrio (5 punti);
- studiare la stabilità delle configurazioni di equilibrio trovate (4 punti);
- scrivere l'energia cinetica del sistema (6 punti);
- scrivere le equazioni di Lagrange nell'ipotesi che sul punto  $C$  agisca una forza viscosa di costante  $\lambda$  (4 punti).

Una lamina piana omogenea di massa  $m$  è costituita da un quadrato di centro  $C$  e lato  $2L$  nel quale è praticato un foro circolare concentrico di raggio  $L/2$ . La lamina si muove nel piano verticale  $O(x, y)$  ed è libera di ruotare attorno al centro  $C$ , a sua volta libero di scorrere senza attrito sull'asse  $y$ . Sui punti diametrali  $A$  e  $B$ , appartenenti al bordo del foro, agiscono due forze: una molla di costante elastica  $k > 0$ , che collega  $A$  con l'origine  $O$ , e una forza costante applicata in  $B$ , parallela alla direzione dell'asse  $y$  nel verso positivo. Il sistema ha due gradi di libertà; si scelgano come coordinate lagrangiane i parametri  $s$  e  $\theta$  indicati in figura, con  $s > 0$  quando  $C$  sta sotto di  $O$ . Si chiede di:



- calcolare la matrice d'inerzia della lamina in un sistema di riferimento con l'origine in  $C$  e gli assi paralleli ai lati del quadrato (7 punti);
- scrivere l'energia potenziale del sistema (5 punti);
- calcolare le configurazioni di equilibrio (5 punti);
- studiare la stabilità delle configurazioni di equilibrio trovate (4 punti);
- scrivere l'energia cinetica del sistema (6 punti);
- scrivere le equazioni di Lagrange nell'ipotesi che sul punto  $C$  agisca una forza viscosa di costante  $\lambda$  (4 punti).